

# Teknik dan Implementasi Trilaterasi

**Niam Tamami**

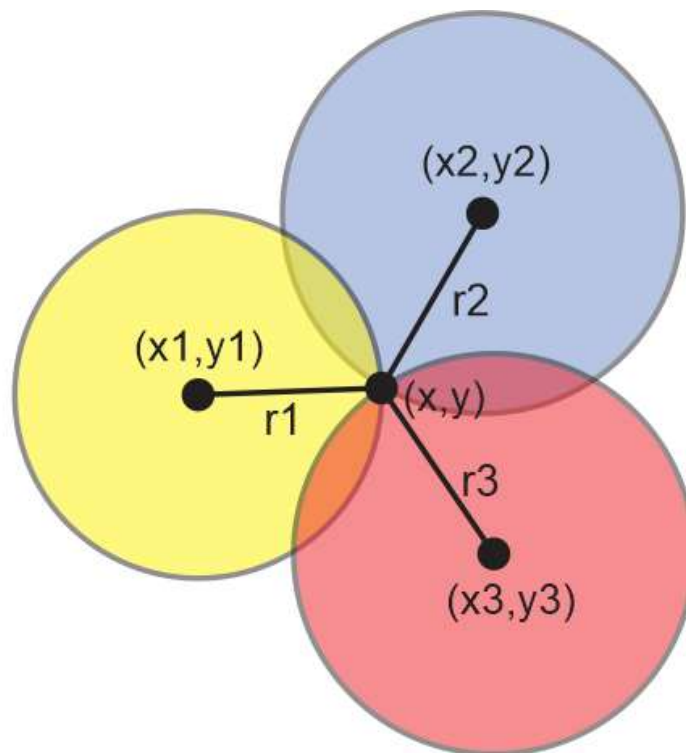
*Departmen Teknik Elektro, Politeknik Elektronika Negeri Surabaya*

*Jl Raya ITS – Kampus PENS, Surabaya, 60111, Indonesia*

*E-mail: niam@pens.ac.id;*

## Dasar Teori

Trilaterasi adalah metode yang digunakan untuk mencari posisi titik  $(x,y)$  dengan berdasarkan posisi dan jarak tiga titik referensi  $(x_1,y_1)$ ,  $(x_2,y_2)$ , dan  $(x_3,y_3)$ ,  $r_1$ ,  $r_2$ , dan  $r_3$ . Gambar di bawah ini adalah ilustrasi dari metode trilaterasi.



Gambar. Ilustrasi Trilaterasi

Untuk menurunkan rumus trilaterasi yang siap digunakan, diawali dari persamaan lingkaran dari masing-masing titik.

Lingkaran dengan titik pusat  $(x,y)$  memiliki persamaan:

$$x^2 + y^2 = r^2 \quad (1)$$

Dari persamaan tersebut diturunkan tiga persamaan lingkaran dengan titik pusat  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$ ,  $(x_3, y_3)$  dan radius  $r_1, r_2, r_3$ . Titik  $(x, y)$  adalah titik yang dicari nilainya.

$$(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 = r_1^2 \quad (2)$$

$$(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 = r_2^2 \quad (3)$$

$$(x - x_3)^2 + (y - y_3)^2 = r_3^2 \quad (4)$$

Kemudian persamaan (2), (3), dan (4) diturunkan menjadi persamaan (5), (6), dan (7)

$$x^2 - 2x_1x + x_1^2 + y^2 - 2y_1y + y_1^2 = r_1^2 \quad (5)$$

$$x^2 - 2x_2x + x_2^2 + y^2 - 2y_2y + y_2^2 = r_2^2 \quad (6)$$

$$x^2 - 2x_3x + x_3^2 + y^2 - 2y_3y + y_3^2 = r_3^2 \quad (7)$$

Pindah ruas beberapa variabel

$$x^2 - 2x_1x + y^2 - 2y_1y = r_1^2 - x_1^2 - y_1^2 \quad (8)$$

$$x^2 - 2x_2x + y^2 - 2y_2y = r_2^2 - x_2^2 - y_2^2 \quad (9)$$

$$x^2 - 2x_3x + y^2 - 2y_3y = r_3^2 - x_3^2 - y_3^2 \quad (10)$$

Persamaan (8) dikurangi (9)

$$(-2x_1 + 2x_2)x + (-2y_1 + 2y_2)y = r_1^2 - r_2^2 - x_1^2 + x_2^2 - y_1^2 + y_2^2 \quad (12)$$

Kemudian persamaan (9) dikurangi (10):

$$(-2x_2 + 2x_3)x + (-2y_2 + 2y_3)y = r_2^2 - r_3^2 - x_2^2 + x_3^2 - y_2^2 + y_3^2 \quad (13)$$

Untuk menyelesaikan persamaan (12) dan (13), ubah persamaan (12) menjadi nilai A, B, C sesuai persamaan (14), dan persamaan (13) menjadi nilai D, E, F sesuai dengan persamaan (15).

$$Ax + By = C \quad (14)$$

$$Dx + Ey = F \quad (15)$$

Kemudian persamaan (14) dan (15) dapat disusun menjadi persamaan matriks (16)

$$\begin{bmatrix} A & B \\ D & E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C \\ F \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ D & E \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} C \\ F \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{AE-BD} \begin{bmatrix} E & -B \\ -D & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ F \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{AE-BD} \begin{bmatrix} EC & -BF \\ -DC & AF \end{bmatrix} \quad (19)$$

Dari persamaan (19), dapat dihitung nilai posisi x, y dengan rumus persamaan (20), (21)

$$x = \frac{EC-BF}{AE-BD} \quad (20)$$

$$y = \frac{AF-DC}{AE-BD} \quad (21)$$

## Kode Program

Contoh Kode Program Python juga dapat diakses pada laman url <https://github.com/nevbotcom/nevbot/tree/main/algorithm/trilateration>

```
def trilateration(x1,y1,r1,x2,y2,r2,x3,y3,r3):
    A = 2*x2 - 2*x1
    B = 2*y2 - 2*y1
    C = r1**2 - r2**2 - x1**2 + x2**2 - y1**2 + y2**2
    D = 2*x3 - 2*x2
    E = 2*y3 - 2*y2
    F = r2**2 - r3**2 - x2**2 + x3**2 - y2**2 + y3**2
    x = (E*C - B*F) / (A*E - B*D)
    y = (A*F - D*C) / (A*E - B*D)
    return x,y

#uji coba perhitungan trilaterasi
print(trilateration(6,0,5,1,4,4,1,-3,3)) # nilai hasil x,y (1,0)
print(trilateration(5,1,5,0,5,4,0,-2,3)) # nilai hasil x,y (0,1)
print(trilateration(5,0,5,0,4,4,0,-3,3)) # nilai hasil x,y (0,0)
```

## References

- [1] Tamami, N., Sumantri, B., & Kristalina, P. (2021). Local positioning system for autonomous vertical take-off and landing using ultra-wide band measurement ranging system. *Journal of Mechatronics, Electrical Power, and Vehicular Technology*, 12(1), 18-27.